



University of Groningen

On some aspects of renormalization group theory and hierarchical models

Dorlas, Teunis Christiaan

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

1987

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Dorlas, T. C. (1987). On some aspects of renormalization group theory and hierarchical models. s.n.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

SAMENVATTING

Dit proefschrift handelt over enige wiskundige aspecten van de renormalisatiegroep. De renormalisatiegroep is de misleidende benaming voor een 1-parameterige familie van transformaties van modellen voor natuurkundige systemen waarbij fluctuaties op kleine schaal worden uitgemiddeld. Sinds de formulering van de theorie van de renormalisatiegroep door K.G. Wilson in 1971 is deze uitgegroeid tot een belangrijk hulpmiddel bij de bestudering van met name statistisch mechanische systemen nabij een kritisch punt, en systemen van (zelf-) wisselwerkende velden. De wiskundige formulering van de renormalisatietransformatie is in het algemeen helaas nog zeer problematisch.

In dit proefschrift worden enige relatief eenvoudige systemen beschouwd waarvoor wel een bevredigende formulering kan worden gegeven. Dat zijn ten eerste het Gaussische model en verder een bosonisch en een fermionisch hierarchisch model.

Het Gaussische model wordt algemeen gezien als 'triviaal'. Toch is een exacte wiskundige behandeling nog vrij bewerkelijk. In hoofdstuk 2 wordt bewezen dat de thermodynamische limiet bestaat, en dat de kritische exponenten overeenkomen met de zgn. klassieke waarden. Tevens wordt getoond dat herhaalde toepassing van de transformatie een gemiddelde van het vrije Euclidische veld oplevert bij geschikte schaling van de parameters in de Hamiltoniaan.

Na een storingsachtige beschouwing van niet-Gaussische translatie-invariante modellen in hoofdstuk 3 wordt in de daarop volgende hoofdstukken een hierarchisch model met ϕ^4 -interactie in 3 dimensies in detail behandeld. In het algemeen hebben hierarchische modellen een Hamiltoniaan met ingebouwde blokstructuur waardoor lokale potentialen onder de renormalisatietransformatie overgaan in lokale potentialen. Er wordt bewezen dat ook in dit geval een geschikte herschaling van de interactieparameters bestaat zodat de rij van gerenormaliseerde potentialen een limiet bezit. (Stelling 5.1). In hoofdstuk 6 wordt bewezen dat de thermodynamische limiet bestaat en dat de transformatie van lokale potentialen zoals beschouwd in de hoofdstukken 4 en 5 overeenkomt met een transformatie van evenwichtstoestanden.

In hoofdstuk 7 worden Grassmann-variabelen geïntroduceerd aan de hand van het voorbeeld van een vrij Euclidisch fermion veld. Deze vormen de basis voor een hierarchisch fermion model gedefinieerd in hoofdstuk 8. Doordat de storingsreeks voor dit model afbreekt wordt de renormalisatietransformatie voor dit model gegeven door een expliciete transformatieformule in een 2-dimensionale parameterruimte. Er blijken twee hyperbolische dekpunten te zijn waarvoor het bestaan van een globale kritische lijn kan worden aangetoond. Verder kan de transformatie worden gebruikt om het bestaan van de thermodynamische limiet te bewijzen voor een zeker deel van het parametervlak. Tenslotte wordt ingegaan op het bestaan van een continuuylimiet. Deze blijkt een Gaussische theorie op te leveren: het model is asymptotisch vrij.